

CREAREA SITUAȚIILOR DE ÎNVĂȚARE A ECUAȚIILOR LA TREAPTA GIMNAZIALĂ

Natalia GURANDA, studentă, Facultatea de Științe Reale, Economice
și ale Mediului, Universitatea de Stat „Alec Russo” din Bălți
Conducător științific: **Liubov ZASTÎNCEANU**, dr., conf. univ.

Abstract: *The article focuses on the creation of learning situations for equations in middle school. The introduction highlights famous personalities in the field and analyzes the math curriculum and textbooks for middle school classes. Interactive teaching methods are then proposed for equations and problems to improve student engagement and understanding. The article applies exercises from the mathematics textbook as a learning situation.*

Keywords: *math curriculum, interactive teaching methods, learning situations, equations.*

Procesul educațional este constituit din trei dimensiuni: predarea, învățarea și evaluarea. Și dacă predarea și evaluarea sunt dimensiuni bine documentate și exersate în literatura și practica educațională, atunci învățarea este dimensiunea, care ridică probleme didactice permanente. Cea mai mare dintre ele rezidă în faptul, că procesul de învățare este un proces propriu instruitului, care sunt diferiți, gândesc diferit și învață diferit.

Noțiunea de *situație de învățare* se referă la o experiență educațională planificată și structurată care poate fi utilizată pentru a promova învățarea și dezvoltarea elevilor. Acest tip de situație este fundamentată de principiile teoriilor învățării și poate fi proiectată astfel încât să răspundă nevoilor individuale ale elevilor și să le ofere oportunitatea de a-și aplica cunoștințele și abilitățile în situații reale și relevante. [1]

Există o mulțime de autori care s-au preocupat de crearea și implementarea de situații de învățare eficiente în procesul educațional. Printre aceștia se numără: Constantin Petrovici, Tudor Stanciu, Olivia Mironescu, Luminița Drăghicescu.

În lucrarea *Metode și tehnici de învățare*, Constantin Petrovici și Tudor Stanciu prezintă diverse metode și tehnici de predare care pot fi adaptate și utilizate în cadrul diferitelor tipuri de lecții, inclusiv la lecțiile de matematică. [2]

Olivia Mironescu, în lucrarea sa *Problematizarea și învățarea prin descoperire în matematică*, descrie diferite tipuri de probleme matematice care pot fi utilizate în procesul de învățare, împreună cu strategiile adecvate de rezolvare și metodele de evaluare.[3]

O lucrare deosebit de valoroasă pentru profesorii debutanți este lucrarea *Strategii didactice interactive bazate pe învățarea prin colaborare* de Luminița Drăghicescu [4], ce prezintă o serie de tehnici și strategii de predare care pot fi utilizate cu succes în cadrul lecțiilor de matematică. Aceste tehnici includ utilizarea jocurilor didactice, a materialelor interactive și a tehnologiei educaționale, precum și încurajarea elevilor să-și dezvolte abilitățile de comunicare și colaborare în cadrul activităților de grup.

Crearea situațiilor de învățare în studiul ecuațiilor în gimnaziu este importantă pentru a ajuta elevii să înțeleagă și să aplice conceptele matematice în rezolvarea problemelor textuale legate de ecuații. Prin acest proces, elevii vor fi pregătiți nu numai pentru succesul academic în viitorul lor, ci și pentru utilizarea eficientă a acestor concepte în viața de zi cu zi. Cu toate acestea, pentru a construi o bază solidă, trebuie să acordăm o atenție specială asimilării noțiunilor de bază ale ecuațiilor până a se trece la probleme mai complexe. Astfel, elevii vor fi capabili să-și dezvolte abilitățile matematice în mod eficient și să-și dezvolte competențele matematice reale.

În gimnaziu, elevii sunt introduși în studiul ecuațiilor și înțelegerea lor prin intermediul exemplelor simple, dar în cele mai frecvente cazuri, bazate pe situații-problemă familiare elevilor, care au modelele acestor ecuații. Și pentru a le dezvolta abilitățile de aplicare a acestor concepte în contexte practice, este necesar să li se ofere elevilor situații de învățare frecvente, care să le permită să înțeleagă cum ecuațiile pot fi utilizate pentru a rezolva probleme din viața reală. Există diferite tipuri de situații de învățare care pot fi utilizate pentru a ajuta elevii în acest proces. Acestea includ proiecte, probleme, jocuri de rol și studii de caz. Dar cea mai mare valoare în învățare și formarea competențelor o au problemele.

Pentru a diversifica și extinde gama de situații de învățare putem lua în considerare o serie de alte tipuri de probleme matematice care să implice diverse contexte și aplicații practice. Astfel, în afară de problemele care vizează calcularea distanțelor, vitezei sau a volumului în contexte reale, precum cele legate de călătorii sau de construcții, putem adăuga și alte categorii de probleme, cum ar fi:

- probleme cu proporții, care pun în relație diferite cantități sau mărimi, precum rapoarte de echivalență sau de diferență. Aceste probleme pot fi utile pentru a dezvolta abilități de comparare, estimare și interpretare a datelor, precum și de formulare și rezolvare a ecuațiilor;

- probleme de echilibru, care se bazează pe principiul conservării masei sau a energiei în diverse sisteme fizice sau chimice. Aceste probleme pot fi interesante pentru a ilustra conceptele de echilibru termic, mecanic sau chimic, și pentru a dezvolta abilități de modelare matematică și de analiză a relațiilor cauzale;
- probleme de investiții, care abordează aspecte financiare și economice legate de gestionarea resurselor și a riscurilor. Aceste probleme pot fi utile pentru a dezvolta abilități de calcul al dobânzilor, al profitului și pierderii, al amortizării sau al analizei cost-beneficiu, precum și de luare a deciziilor în condiții de incertitudine.

În funcție de obiectivele și interesele elevilor și de nivelul lor de pregătire, putem adapta și personaliza situațiile de învățare pentru a le face mai atractive și mai relevante pentru ei.

La liceu, elevii vor fi expuși unor probleme mai complexe și mai avansate, iar abilitățile dezvoltate în gimnaziu prin intermediul situațiilor de învățare vor fi accesibile pentru a le putea rezolva. De asemenea, în viața de zi cu zi, abilitatea de a rezolva probleme matematice este foarte importantă, deoarece aceasta ne ajută să luăm decizii bazate pe calcule precise, să estimăm costurile și să planificăm resursele în diferite situații.

În plus, crearea situațiilor de învățare este indispensabilă pentru elevii care nu sunt atrași de matematică sau care au dificultăți în învățarea acestei materii. Prin crearea unor situații de învățare interesante și interactive, profesorii pot ajuta elevii să își îmbunătățească atitudinea față de matematică și să se angajeze mai mult în procesul de învățare.

În cadrul studiului ecuațiilor, curriculumul la matematică [5], propune o serie de situații de învățare, care sunt ulterior reflectate și în manualele de matematică, cum ar fi:

- Rezolvarea exercițiilor și problemelor;
- Cercetarea unor cazuri concrete din situații reale și/sau modelate referitoare la ecuațiile studiate și soluționarea problemei identificate;
- Realizarea unor investigații privind aplicarea ecuațiilor studiate în diverse domenii;
- Cercetarea unor cazuri concrete din situații reale și/sau modelate referitoare la ecuațiile studiate și soluționarea problemei identificate;
- Realizarea unor investigații privind aplicarea ecuațiilor studiate în diverse domenii.

Aceste situații sunt concepute pentru a ajuta elevii să înțeleagă conceptele matematice ce stau la baza ecuațiilor, astfel încât să-și dezvolte abilitățile de rezolvare a problemelor. Astfel, elevii sunt invitați să lucreze cu ecuații de gradul întâi și de gradul doi, să înțeleagă cum se aplică formulele și regulile de rezolvare a acestora, să facă conexiuni între ecuații și graficele funcțiilor asociate, să înțeleagă conceptele de sistem de ecuații și să le aplice în probleme practice.

În cele ce urmează, propunem exemple de situații de învățare, care pot fi organizate în baza sarcinilor propuse în manuale în cadrul studierii ecuațiilor pentru diferite clase.

Clasa a V-a

După o analiză atentă a curriculumului la matematică, se observă că în clasa respectivă nu sunt teme dedicate studiului ecuațiilor, deși rezolvarea acestora este prezentă în manuale ca și sarcină în fiecare clasă, începând cu clasa a II-a. În manualul pentru clasa a V-a se folosesc sintagme sinonimice, fără a folosi conceptul *ecuație*, fapt ce permite aplicarea cunoștințelor acumulate în ciclul primar într-un context mai complex și diversificat (figura 1).

Aflați valoarea numerică a fiecărei litere. Explicați după modele.		
$I - 2317 = 2317$	$201\,000 - N = 199\,905$	$E + 852 = 10\,000$
$2\,004 + A = 100\,000$	$2\,361 - I = 2\,085$	$R - 49 = 5\,071$
$104\,685 - G = 104\,685$	$D - 1\,067 = 933$	
Scrieți literele în ordinea crescătoare a valorilor numerice și veți afla ce antenați învățând matematică.		

Figura 1. Manualul de matematică ([6], ex. 2 pag. 18)

Sarcina propusă în manual poate fi reorganizată într-o situație de învățare, utilă și foarte bine agreată de elevii de această vârstă.

Metoda: joc interactiv *Căutătorii de litere*

Scopul: Formarea deprinderilor de rezolvare a ecuațiilor și dezvoltarea gândirii logice și matematice

Regulile jocului: elevii trebuie să ajute un explorator să găsească literele care au fost pierdute într-o junglă misterioasă. Elevii trebuie să rezolve ecuațiile pentru a descoperi valoarea numerică a fiecărei litere și să le găsească pe harta jocului.

Pentru fiecare ecuație rezolvată corect, elevii primesc indicii suplimentare care îi conduc spre următoarea literă pierdută. Jocul poate fi jucat individual sau în echipă, astfel încât elevii să poată lucra împreună pentru a rezolva ecuațiile și pentru a găsi toate literele.

La finalul jocului, elevii vor fi capabili să scrie literele în ordinea crescătoare a valorilor numerice și să descopere ce se antrenează învățând matematica. Profesorul folosește această activitate ca o modalitate de a evalua abilitățile de rezolvare a ecuațiilor ale elevilor și de a identifica eventualele lacune în cunoștințele lor acumulate în ciclul primar.

Deși rezolvarea ecuațiilor în clasa a V-a nu este un subiect separat, organizarea situațiilor de învățare la sarcinile, ce conțin ecuații este indispensabilă, pentru a menține strategiile de lucru cu regulile de aflare a componentelor necunoscute a operațiilor, formate în clasele primare și necesare în clasele ulterioare.

Clasa a VI-a

Începând cu clasa a VI-a, conceptul de *ecuație* se oficializează prin introducerea explicită a noțiunii prin definiție, fiind însoțită și de alte noțiuni

aferente. Se începe studiul ecuațiilor în mulțimea numerelor naturale, întregi și raționale, realizându-se o discriminare clară a soluțiilor. Manualul de matematică propune o serie de exerciții și probleme ale căror rezolvare presupune formularea ecuațiilor (figura 2).


<p>LUCRĂM ÎN PERECHI!  Scrieți și rezolvați ecuația</p> <p>a) din numărul x scădem 13 și obținem -6; b) la numărul -26 adunăm $3x$ și obținem -5; c) împărțim numărul x la -8 și obținem 3; d) înmulțim numărul 12 la x și obținem -36.</p>
--

Figura 2. Manualul de matematică ([7], ex.8 pag.79)

Metoda: Lucru în perechi

Scopul: formarea abilității de translare a expresiilor verbale în simboluri matematice (modelare matematică) și colaborarea în procesul instruirii.

Scenariul activității:

- 1) Fiecare membru al perechii separat creează modelul pentru cazul a)
- 2) Membrii perechii confruntă modelele obținute, ajung la o părere comună și formulează varianta finală a ecuației;
- 3) Pașii 1) și 2) se repetă pentru toate cazurile. La final, se solicită verificarea din partea profesorului.
- 4) Ecuațiile formulate se împart, prin colaborare, între membrii perechii. Fiecare membru rezolvă ecuațiile respective pe caietul propriu.
- 5) Membrii perechii fac schimb de caiete, verifică rezolvarea colegului, se împărtășesc cu soluțiile găsite și discută împreună despre corectitudinea soluțiilor obținute.
- 6) În cazul în care sunt erori, lucrează împreună pentru a le corecta.

Metoda de lucru în perechi este foarte benefică în rezolvarea ecuațiilor. Împreună, elevii pot împărtăși idei și strategii diferite de rezolvare a ecuațiilor, pot face verificări reciproce și pot ajuta unul pe celălalt să înțeleagă conceptele matematice implicate. Această metodă de lucru încurajează, de asemenea, colaborarea și comunicarea între elevi, dezvoltându-le abilități sociale, precum și îmbunătățind încrederea și înțelegerea de sine.

Clasa a VII-a

Rezolvarea problemelor prin intermediul ecuațiilor trebuie însușită foarte bine de fiecare elev al gimnaziului, ecuațiile fiind un model matematic destul de simplu și concludent. Utilizarea în acest proces a unor metode vizuale, experimentale și interactive sporesc reușita situației de învățare create.

Problema 9, pag. 110, [8]: Pentru 3 acvarii sunt necesare 61 l de apă. Capacitatea primului acvariu este de 1,5 ori mai mare decât a celui de-al treilea, iar a celui de-al doilea – cu 5 l mai mare decât a celui de-al treilea acvariu. Care este capacitatea fiecărui acvariu?

Metoda: Metoda experimentului practic

Scopul: Formarea conceptului de capacitate a acvariilor printr-o abordare practică și interactivă. Această metodă are ca obiectiv oferirea elevilor unei modalități mai captivante și mai accesibile de integra conceptele algebrice și conceptele fizice. Prin intermediul acestei metode, elevii vor putea învăța cum să compună ecuația de rezolvare a problemei într-un mod mai ușor și mai eficient.

Scenariul metodei:

- 1) Înainte de a începe experimentul se explică conceptul de capacitate a acvariilor și cum acestea pot fi reprezentate prin cantitățile de apă care le umple. Astfel, profesorul se asigură că elevii înțeleg aceste concepte înainte de a începe experimentul.
- 2) Se pregătesc trei sticle diferite pentru a reprezenta cele trei acvarii. Aceste recipiente trebuie să aibă capacități diferite, astfel încât elevii să poată determina capacitățile acvariilor prin umplerea lor cu apă.
- 3) Se pune apă în cel de-al treilea recipient și se măsoară cantitatea de apă folosită pentru a-l umple. Elevii trebuie să înțeleagă că această cantitate de apă reprezintă capacitatea celui de-al treilea acvariu. Profesorul întreabă elevii dacă pot prezice capacitatea celorlalte două acvarii, pe baza informațiilor date în problema.
- 4) Se adaugă 5 unități convenționale (un pahar – un litru) în recipientul doi și se măsoară cantitatea totală de apă folosită pentru a-l umple. Elevii trebuie să înțeleagă că diferența dintre cantitatea totală de apă și cantitatea de apă folosită pentru a umple cel de-al treilea recipient reprezintă capacitatea celui de-al doilea acvariu.
- 5) Se umple primul recipient și se măsoară cantitatea totală de apă folosită pentru cele trei recipiente. Elevii trebuie să înțeleagă că diferența dintre cantitatea totală de apă și capacitatea celorlalte două recipiente reprezintă capacitatea primului acvariu.
- 6) Pentru a verifica dacă calculele sunt corecte, se pot face câteva măsurători suplimentare și se pot face calculele pentru a verifica dacă capacitățile determinate sunt conform cu măsurătorile făcute.

Această abordare interactivă și practică poate fi mai captivantă pentru elevi decât explicația teoretică a conceptelor algebrice. În plus, prin intermediul acestei metode, elevii vor putea vizualiza și experimenta cu conceptul de capacitate a vaselor, ceea ce poate ajuta la înțelegerea mai profundă a conceptului și la dezvoltarea abilităților lor matematice.

Clasa a VIII-a

Începând cu clasa a VIII-a, se începe studiul ecuațiilor de gradul II (figura 3). Înțelegerea acestei teme este foarte importantă, unul dintre motive fiind că la examenele de absolvire a gimnaziului este prezent un astfel de tip de ecuație în test. Astfel, profesorul trebuie să depună un efort esențial pentru ca elevii săi să înțeleagă și să poată aplica algoritmul de rezolvare.

Calculați discriminantul ecuației; determinați dacă ecuația are soluții în \mathbf{R} și aflați soluțiile în cazul în care ele există:

a) $x^2 - 7x - 18 = 0$;

b) $3x^2 - 5x + 2 = 0$;

c) $3x^2 - 11x + 10 = 0$;

d) $4x^2 - 4x + 1 = 0$;

e) $x^2 + 3x + 5 = 0$;

f) $2x - x^2 + 3 = 0$;

g) $1 - x - 6x^2 = 0$;

h) $25x^2 + 10x + 1 = 0$;

i) $x^2 + 7x - 1 = 0$.

Figura 3. Manualul de matematică ([9], ex. 7 pag. 94)

Metoda: Competiție Alege ecuația corectă

Scopul: Exersarea abilităților de calcul al discriminantului și de găsim a soluțiilor ecuațiilor de gradul al doilea. Sporirea calității colaborării și comunicării între membrii echipei prin intermediul unui spațiu instructiv interactiv și sigur.

Regulile jocului:

- 1) Profesorul prezintă trei ecuații cu coeficienți diferiți, de exemplu a), b) și c) din exercițiul din fig.3 și 4 variante de valori ale discriminantului.
- 2) Elevii sunt împărțiți în 3 echipe și fiecare echipă trebuie să asocieze rapid fiecare ecuație cu discriminantul ei (prin calcul). Echipa care răspunde corect cel mai rapid primește un punct.
- 3) Apoi se invită câte un membru al echipei să rezolve câte o ecuație din cele propuse pe tablă, de exemplu prima echipă – a); a doua – b), a treia – c). ceilalți membri ai echipei supraveghează activitatea reprezentatului de la tablă, scriu pe caiete. Echipa are posibilitate să dea un ajutor, cu învoirea profesorului, reprezentatului său. Profesorul de asemenea poate oferi îndrumare și ajutor dacă echipa nu se descurcă singuri cu ecuația propusă. Pentru rezolvarea corectă a ecuației se acordă 2 puncte, pentru explicare – 2 puncte.
- 4) Membrii celorlalte echipe, în momentul explicării, își exprimă acordul sau dezacordul prin folosirea indicatorilor verzi și roșii.
- 5) Jocul continua cu alte triplete de ecuații similare.

Acest joc poate fi un mod distractiv și interactiv de a exersa calculul discriminantului și găsim a soluțiilor ecuațiilor de gradul al doilea. De asemenea, încurajează spiritul de competiție între elevi și îi ajută să lucreze în echipă.

Clasa a IX-a

Nu există nicio lecție de matematică care să poată fi promovată fără a implica activitatea independentă a elevilor. Prin intermediul acestei activități, elevii își pot pune în practică cunoștințele acumulate și se pot autoevalua, identificând astfel și depășind eventualele dificultăți întâmpinate. În cazul temei referitoare la sistemele de ecuații, unde elevii întâmpină adesea dificultăți ar fi recomandat ca profesorul să ofere explicații detaliate înainte ca elevii să înceapă munca independentă.

Problema 15, pag.102, [10]: 50 de maiouri și 75 de tricouri costă în total 4200 lei. După reducerea cu 10% a prețului maiourile și cu 20% a prețului tricourilor, pentru acestea s-ar plăti 3487,5 lei. Aflați prețul inițial al maiourilor și al tricourilor.

Rezolvați problema a) cu ajutorul ecuației; b) cu ajutorul sistemului de ecuații.

Metoda: Explicația, activitate frontală.

Scopul: Prezentarea diferitor modele matematice pentru una și aceeași problemă; sporirea gradului de corelarea între limbajul matematic utilizat oral și în scris.

Problema implică două variabile necunoscute (prețul inițial al maiourilor și prețul inițial al tricourilor) și doi seturi de informații (prețul total al celor 125 de articole și prețul total după reducerea cu 10% și 20%). Elevii trebuie să găsească soluțiile pentru cele două variabile necunoscute prin utilizarea ecuațiilor sau a sistemului de ecuații și să demonstreze abilități matematice precum algebra, aritmetica și rezolvarea problemelor.

Scenariul activității:

- 1) Profesorul oferă unele explicații mai detaliate, pentru a se convinge că problema a fost înțeleasă corect: „Aveți un buget de 4200 de lei și doriți să cumpărați 50 de maiouri și 75 de tricouri. Să presupunem că prețul inițial al fiecărui maiou este x lei, iar prețul inițial al fiecărui tricou este y lei. Folosind sistemul de ecuații, determinați valorile lui x și y astfel încât să se îndeplinească condiția de plată a 4200 de lei pentru cele 125 de articole.”
- 2) După ce elevii au rezolvat exercițiul individual, profesorul va discuta soluțiile împreună cu elevii și va oferi feedback acolo unde este necesar.
- 3) Apoi, se va trece la partea a doua a problemei: „Să presupunem că prețul inițial al fiecărui maiou este x lei, iar prețul inițial al fiecărui tricou este y lei. Dacă prețul fiecărui maiou este redus cu 10%, iar prețul fiecărui tricou este redus cu 20%, folosind sistemul de ecuații, determinați valorile lui x și y astfel încât să se îndeplinească condiția de plată de 3487,5 lei pentru cele 125 de articole.”
- 4) Profesorul discută soluțiile obținute pentru acest exercițiu și îi ajută să înțeleagă cum s-au schimbat valorile lui x și y în urma reducerii de prețuri. În final, se compară valorile inițiale ale lui x și y cu cele obținute în urma reducerii de prețuri și se discută impactul reducerii de prețuri asupra costului total al achiziției.

În concluzie, ținem să menționăm că, crearea unor situații de învățare pentru elevi nu este atât de dificilă cum pare și folosind resursele și sugestiile metodice oferite de manuale, creativitatea proprie și conștientizarea procesului de învățare putem obține rezultate foarte bune, chiar dacă suntem profesori debutanți.

Bibliografie:

1. LAVE, Jean; WENGER, Etienne. *Învățarea situată: Participarea periferică legitimă*. Editura Cambridge University Press, 1991. ISBN-13: 978-0521423748.
2. PETROVICI, Constantin; STANCIU, Tudor. *Metode și tehnici de învățare*, Timișoara. Editura De Vest, 2000.
3. MIRONESCU Olivia *Problematizarea și învățarea prin descoperire în matematică*. Editura: Didactică și Pedagogică R.A.

4. DRĂGHICESCU, Luminița. *Strategii didactice interactive bazate pe învățarea prin colaborare* în volumul *Educație și dezvoltare profesională*, Editura Scrisul Românesc, Craiova, 2011.
5. ACHIRI, Ion; BAȘ, Ludmila; etc. Curriculum Național, Matematică. Editura Chișinău, 2020. ISBN 978-9975-3438-7-9.
6. ACHIRI, Ion; BRAICOV, Andrei; etc. *Manual de matematică cl. a V-a*. Editura Prut Internațional, 2020. ISBN 978-9975-54-513-6
7. ACHIRI, Ion; BRAICOV, Andrei; ȘPUNTENCO, Olga. *Manual de matematică cl. a VI-a* Editura Prut Internațional, 2020. ISBN 978-9975-54-517-4
8. ACHIRI, Ion; BRAICOV, Andrei; ȘPUNTENCO, Olga. *Manual de matematică cl. a VII-a*. Editura Prut Internațional, 2018. ISBN 978-9975-3180-8-2
9. ACHIRI, Ion; BRAICOV, Andrei; ȘPUNTENCO, Olga. *Manual de matematică cl. a VIII-a* Editura Prut Internațional, 2013. ISBN 978-9975-54-416-0
10. ACHIRI, Ion; BRAICOV, Andrei; ȘPUNTENCO, Olga. *Manual de matematică cl. a IX-a* Editura Prut Internațional, 2016. ISBN 978-9975-54-255-5