CZU 513.83

n - SEMIGRUPURI COMPACTE

Ciobanu Ina

În articol sunt expuse unele proprietăţi ale sistemelor algebrice n-are. Se studiază noţiunea de ideal şi proprietăţile ei.

В данной работе рассматриваются некоторые свойства n-арных алгебраических систем. Изучается понятие идеала и его свойства.

In the present paper we will determine any properties of n-ary algebric systems. The notion of ideal and its properties are studied in this article.

Introducere

Sistemul algebric n-ar este o algebră universală cu o operaţie principală n-ară. În particular, acestea sunt grupuri n-are, semigrupuri n-are, quazigrupuri n-are şi altele. Introducerea noţiunii de un astfel sistem algebric n-ar este la fel de evidentă ca şi introducerea, de exemplu, a noţiunii de un polinom de n variabile, matricei de ordinul n, integralei multiple de ordinul n, etc.

În această lucrare se studiază noţiunea de ideal şi proprietăţile lui.

Partea analitică

Fixăm numărul natural $n\geq 2$. Dacă A este o mulţime nevidă şi $\lambda : A^n \to A$ este o aplicaţie, atunci λ se numeşte *operaţie n-ară* [1].

1. Ideal în n-grupoid.

n-Grupoidul este perechea (A, λ), unde A este o mulţime nevidă şi $\lambda : A^n \to A$ - operaţie n-ară. Dacă A este un spaţiu topologic şi λ este aplicaţie continuă, atunci putem spune că A este *n-grupoid topologic.*

Vom nota $(x_1, x_2, ..., x_n) = \lambda(x_1, x_2, ..., x_n)$ şi prin x_i^j vom înţelege şirul $x_i, x_{i+1}, x_{i+2}, ..., x_j$, unde $1 \leq i \leq j$ [2].

Operaţia $\lambda : A^n \to A$ se numeşte *asociativă* dacă

$$\left(\left(x_1^n\right)x_{n+1}^{2n-1}\right) = \left(x_1^i\left(x_{i+1}^{i+n}\right)x_{i+n+1}^{2n-1}\right), \ \forall x_1, x_2, ..., x_{2n-1} \in A \qquad (1)$$

Operaţia $\lambda : A^n \to A$ se numeşte *comutativă* dacă

$$\lambda(x_1, x_2, ..., x_n) = (x_{h(1)}, x_{h(2)}, ..., x_{h(n)}) \qquad (2)$$

pentru orice aplicaţie bijectivă $h : \{1, 2, ..., n\} \to \{1, 2, ..., n\}$.

n-Grupoidul asociativ se numeşte *n-semigrup* [3].

Fie A grupoidul topologic. Mulţimea $I\subseteq A$ se numeşte *ideal* dacă $I\neq\emptyset$ şi pentru $(x_1, x_2, ..., x_n) \in A$ avem $I \cap \{x_1, x_2, ..., x_n\} \neq \emptyset$. Vom nota

$$i(A) = \cap\{I \subseteq A : I - ideal\} \text{ şi} \qquad (3)$$

$$ci(A) = \cap\{I \subseteq A : I - ideal\ inchis\ in\ A\}. \qquad (4)$$

Este clar, că $i(A)\subseteq ci(A)$. Dacă $i(A)\neq\emptyset$, atunci $i(A)$ se numeşte *ideal minimal.* Dacă $ci(A)\neq\emptyset$, atunci $ci(A)$ se numeşte *ideal minimal închis* al n-grupoidului topologic A [4].

Afirmaţia 1.1. Dacă I_1, I_2 sunt idealurile n-grupoidului A, atunci $I=I_1\cap I_2$ este idealul lui A.

Afirmaţia 1.2. Dacă A este n-grupoid compact, atunci $ci(A)$ este idealul lui A.

2. Idealurile n-semigrupurilor comutative.

Teorema 2.1. Dacă S este n-semigrup comutativ şi $i(S) \neq \varnothing$, atunci $i(S)$ este n-grup, adică $\forall a_1, a_2, \ldots, a_n \in S$ ecuaţia $\left(a_1^{n-1} x\right) = a_n$ are soluţie unică [2, 3].

Teorema 2.2. Dacă S este n-semigrup comutativ compact, atunci $ci(S)=i(S)$ este n-grup.

Cocluzii

Este necesară verificarea proprietăţilor structurilor binare pentru algebre n-are, astfel tinerii matematicieni au posibilitatea de a cerceta mai profund noţiunea de algebră universală şi de a evidenţia "comportarea" ei în anumite condiţii.

Bibliografie

1. Cioban M. M. Algebre universale topologice. – Oradea: Editura Universităţii din Oradea, 1999. – 139 p.
2. Русаков С. А. Алгебраические n-арные системы. – Минск: Наука и Техника, 1992. – 264 с.
3. Курош А. Г. Курс высшей алгебры. – Москва: Наука, 1968. – 431 с.
4. Келли Дж. Л. Общая топология. - Москва: Наука, 1968. – 383 с.

Prezentat la 16.04.2004