

## ȘIRUL LUI FIBONACCI ȘI SECȚIUNEA DE AUR ÎN STUDIAREA BIOLOGIEI

**Ion GHILEȚCHI**, *student, Facultatea de Științe Reale, Economice și ale Mediului, Universitatea de Stat „Alecru Russo” din Bălți*  
Conducător științific: **Ala CUȚULAB**, *asist. univ.*

**Abstract:** *Biology is a very important science today, but it cannot exist without the interaction with other sciences such as chemistry, physics and mathematics without which many discoveries in the field of biology would not be possible. An example of the interaction between biology and mathematics can be the Fibonacci Sequence and the golden section, which are two mathematical concepts used to analyze the structure and modeling of biological systems, through which the ways and principles of arrangement and positioning of different structures are perceived.*

**Keywords:** *Biology, mathematics, Fibonacci string, The Golden Ratio, nature.*

Biologia este o ramură a științelor naturii care se ocupă cu studiul organismelor vii și al proceselor biologice guvernate de ea, disciplină care încearcă să înțeleagă natura vieții prin observații, experimente și analize ale structurii, funcției și evoluției organismelor, știință vastă și diversă, studiind subiecte, de la celule și molecule, până la ecosisteme și biosfere.

Biologia nu poate fi studiată independent, având tangențe cu mai multe discipline, printre care se numără: chimia, geografia, fizica și matematica, considerată regina științelor.

Pe baza matematicii, biologia cunoaște o mare dezvoltare în ultimii ani, implicând numeroase variabile și interacțiuni între organismele vii și cu mediul lor, matematica poate fi un instrument valoros pentru a analiza și a înțelege aceste interacțiuni.

Deși rolul matematicii este recunoscut ca fiind important în științe precise precum fizica, aplicarea metodelor matematice în domenii precum biologia este deseori contestată, deși un exemplu de legătură dintre biologie și matematică este modelarea matematică a sistemelor biologice. Aceasta implică utilizarea ecuațiilor și modelelor matematice pentru a descrie și a prezice comportamentul organismelor vii, precum și interacțiunile lor cu mediul înconjurător.

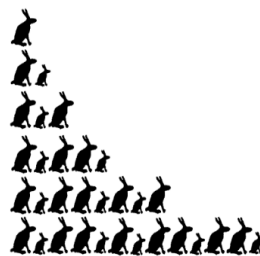
Dezvoltarea explozivă a cunoștințelor în lumea generală a numerelor Fibonacci și a subiectelor matematice conexe în ultimele decenii a fost destul de uimitoare. Acest fenomen este deosebit de vizibil atunci când ne amintim doar ce puțină atenție a fost îndreptată asupra acestor numere în cele opt secole de la viața lui Fibonacci [1, p. 7].

Secvența Fibonacci este o succesiune în care fiecare termen este suma celor 2 numere precedente. Numerele Fibonacci sunt definite de relația recursivă definită de ecuațiile  $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$  pentru toți  $n \geq 3$  unde  $F_1 = 1$ ;  $F_2 = 1$  unde  $F_n$  reprezintă al  $n$ -lea număr Fibonacci ( $n$  se numește indice).

Secvența Fibonacci poate fi scrisă în mod elaborat ca  $\{1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, \dots\}$ .

Această celebră serie de numere este strâns legată de numărul 1,618034..., cunoscut sub numele de phi ( $\phi$ ). Matematicienii cunosc, de mii de ani, existența acestui ciudat număr și multă vreme, lumea a crezut că el are proprietăți magice. Șirul Fibonacci, în matematică, se referă la explicațiile metafizice ale codurilor din universul nostru. Acesta se consideră a fi, de fapt, sistemul de numărare al naturii, un mod de măsurare a Divinității [6].

Unul dintre cele mai comune experimente care se ocupă de succesiunea Fibonacci este



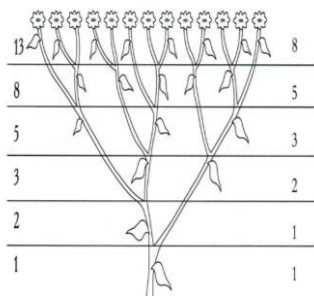
**Fig. 1.** Secvența geometrică a iepurilor Fibonacci în funcție de lună [2]

acela în care un iepure mascul și o femelă sunt puși într-un câmp. Se presupune că iepurii trăiesc la infinit și că în fiecare lună se produce o nouă pereche de un mascul și o femelă. Urmând succesiunea lui Fibonacci s-a determinat perfect că într-un an s-ar forma 144 de iepuri. Chiar dacă experimentul nu este realizabil în realitate, acesta permite oamenilor să lege o serie complexă de numere la un concept logic și ușor de înțeles, reprezentat prin Figura 1. Pictograma de dimensiuni mari arată iepurii adulți, în timp ce pictograma mică reprezintă pui de iepuri [3, pp. 7-14].

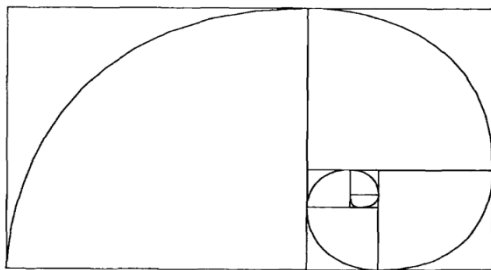
Șirul Fibonacci este acea succesiune care conține numai numere naturale. Spirala determinată de dreptunghiurile cu mărimile din șirul Fibonacci poate fi ilustrată astfel cum este reprezentată în Figura 2 [6].

În natură, prezența șirului lui Fibonacci se observă nu doar în celebrul experiment cu iepure, ci și în frumusețea florilor. Pe capul plantei de floarea-soarelui, semințele sunt aranjate într-un model specific, urmând șirul lui Fibonacci. Această spirală ajută semințele să nu iasă din floare și să supraviețuiască, ceea ce poate fi observat în Figura 3. Petalele florilor și ale altor plante pot fi legate de șirul lui Fibonacci și în felul în care noile petale sunt create.

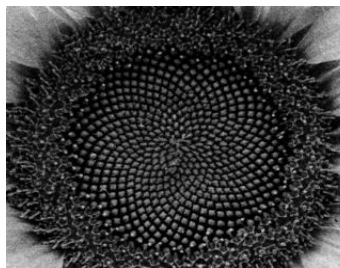
Primul lucru care se poate de observat este că semințele sunt aranjate în două feluri de spirale:



**Fig. 4.** Iarba strănută (*Achillea ptarmica*), ramurile și frunzele aranjate în conformitate cu succesiunea Fibonacci [5]



**Fig. 2.** Construcția spiralei logaritmice dintr-o succesiune de dreptunghiuri de aur [5]



**Fig. 3.** Floarea-soarelui [5]

în sensul acelor de ceasornic și invers. Dacă numărăm spiralele, obținem două numere aparent obișnuite: 21 și 34, care au fost deja întâlnite în cadrul șirului lui Fibonacci.

Ramurile copacilor sunt aranjate în același mod ca frunzele plantelor. Ramurile nu cresc una peste alta, ci în spirală. Mărimea copacului se schimbă pe măsură ce crește, dar proporțiile dintre înălțimea și lungimea ramurilor sale se păstrează, ca și forma generală ceea ce este reprezentat în Figura 4.

Datorită acestui fapt, un observator experimentat poate distinge o specie de altă la distanță, fără a privi frunzele sau coaja de aproape [5, p. 87].

Este necesar de menționat faptul că există multe flori care prezintă un număr de petale ce corespunde cu un anumit membru al secvenței Fibonacci.

Probabil că majoritatea oamenilor nu au avut niciodată timp să examineze cu atenție numărul sau aranjamentul petalelor de pe o floare, dar făcând aceasta, se poate de ajuns la concluzia că numărul de petale de pe o floare care încă are toate petalele intacte și nu a pierdut niciuna este, pentru multe flori, un număr Fibonacci:

- ✓ 1 petală - cală albă,
- ✓ 3 petale - crin, iris,
- ✓ 5 petale - trandafir sălbatic,
- ✓ 8 petale - delphinium (*Larkspur*),
- ✓ 34 de petale – margaretele.

În plus, multe flori au o structură spiralată care urmează șirul Fibonacci și poate fi observată în mod special în semințele de ananas, reprezentat în Figura 6 [3, pp. 7-14].

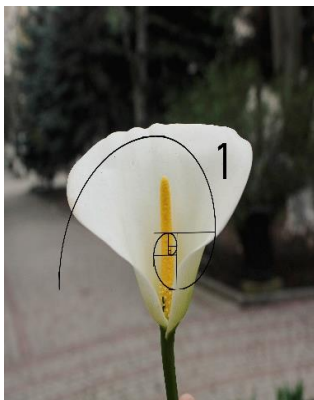


Fig. 5. Cală albă comună











Fig. 6. Structură spiralată la semințele de ananas





Toate aceste fenomene reprezintă o consecință a modului în care florile cresc și se dezvoltă. La începutul dezvoltării unei flori, celulele se împart în mod repetat și se organizează într-un mod specific, cunoscut sub numele de „înșiruire spirală”. Această înșiruire se poate observa în mod clar în centrul unei flori, unde se găsesc pistilul și staminele. Fiecare spirală începe la centrul florii și se deplasează spre exterior, formându-se astfel petalele și alte structuri ale florii. Din toate acestea, rezultă că șirul Fibonacci are o importanță deosebită pentru flori, deoarece ne ajută să înțelegem modul în care acestea se dezvoltă și se aranjează în mod armonios și ne permite să apreciem frumusețea naturală a acestor plante minunate și să ne uimim de perfecțiunea matematică ce se găsește în natură.



Fig. 7. Vinca (vincire)

**Tabelul 1. Evidențierea șirului Fibonacci în lumea vegetală și animală**

Denumire	Imagine	Caracterul analizat	Șirul Fibonacci
<b>Plante</b>			
Gricioarei ( <i>Primula vulgaris</i> )		Majoritatea florilor au un număr de petale care este unul dintre primele numere din șirul lui Fibonacci: 1, 2, 3, 5, 8, 13 etc. În exemplul din imagine avem o plantă din subregnul Viridiplantae care are inflorescență compusă din 5 petale.	
Ghindă de pin, specia ( <i>Ponderosa pines</i> )		O ilustrare simplă al principiului spiralelor plantelor bazate pe două numere Fibonacci succesive apare în conul de pin. În imagine sunt prezente treisprezece spirale în sens invers acelor de ceasornic.	
<b>Animale</b>			
Melc de livadă ( <i>Helix pomatia</i> )		Spirala cochiliei de melc începe cu o formă simplă, în formă de con, apoi se extinde și se rotește în jurul axei sale, formând o serie de creșteri constante. Spirala acestuia se dezvoltă într-un model perfect, bazat pe seria lui Fibonacci. Fiecare creștere este mai mare decât cea anterioară și are un unghi specific față de axa centrală.	
<b>Arici-de-mare</b> ( <i>Echinus melo</i> )		În cazul acestui animal de mare, spirala Fibonacci se observă în modelele hexagonale regulate de pe suprafața corpului său. Aceste modele sunt formate din mici plăci calcaree, fiecare având o mică excavație în formă de stea la mijloc, și sunt aranjate într-un model matematic precis, bazat pe seria lui Fibonacci.	

<b>Om</b>			
Pavilionul auricular		<p>Pavilionul urechii este format dintr-o serie de pliuri și curbe delicate care se armonizează într-o spirală uimitoare, numită spirală aurie sau spirală Fibonacci.</p> <p>Spiralarea pavilionului urechii ajută la concentrarea și focalizarea sunetului, permițându-ne să distingem sunetele subtile și să recunoaștem direcția din care vin</p>	
Membrul superior al omului		<p>Cifrele din șirul Fibonacci pot fi întâlnite și în componența membrului.</p> <p>Omul posedă 5 degete, 4 dintre care posedă 3 segmente, dar un deget posedă doar 2 segmente, în regiunea carpiană sunt 8 oase.</p> <p>Oasele membrului superior, inclusiv humerusul, radiusul și ulna, sunt dispuse într-o spirală care urmează modelul Fibonacci.</p>	

Raportul de aur a deținut gândurile și sentimentele multor gânditori remarcabili din trecut și continuă să excite mințile contemporanilor noștri, nu de dragul proprietăților matematice în sine, ci pentru că este inseparabilă de valoarea obiectelor de artă și în același timp se dezvăluie ca semn al unității structurale a obiectelor naturii. Secvența de Aur este o succesiune infinită de numere, în care fiecare din acestea este egal cu suma dintre ultimele două numere din secvență. Pentru a obține Secvența de Aur, trebuie să împărțim fiecare număr din șirul Fibonacci cu numărul anterior său:  $1/1$ ,  $2/1$ ,  $3/2$ ,  $5/3$ ,  $8/5$ ,  $13/8$ ,  $21/13$ ,  $34/21$ ,  $55/34$  etc. Această succesiune de numere se apropie din ce în ce mai mult de numărul de aur, care este aproximativ 1,61803398875. În limita în care numerele din secvența de aur devin mai mari, acestea se apropie tot mai mult de numărul dat. Cercetătorii moderni o găsesc atunci când descriu structura plantelor, proporțiile corpului animalelor, păsărilor, oamenilor, în statistica populației, în structura ochiului și structura cosmosului [4, p. 4].

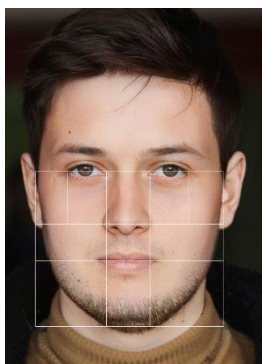
Nu numai în matematică, în arte, în tehnologia informației, dar și în corpul uman poate fi găsită „secțiunea de aur”. Dacă omul se uită în oglindă și își observă trupul cu mai multă atenție, cu siguranță va fi capabil să descopere această

constantă irațională. Primul raport evident într-un corp uman este atunci când distanța dintre ombilic și picior este o unitate, în cazul acesta înălțimea corpului uman fiind egală cu 1,618. Dacă, lungimea mâinii este o unitate, atunci lungimea combinată a antebrațului și a mâinii are o valoare apropiată de Phi ( $\phi$ ) [7].

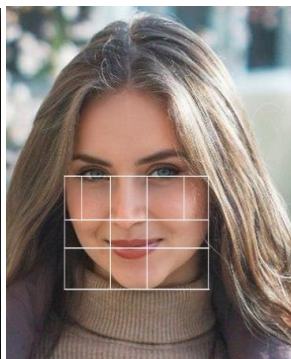
Secțiunea de aur, cunoscută și sub numele de proporția divină a fost descoperită și folosită în artă și arhitectură încă din antichitate, deoarece reprezintă o relație estetică perfectă între două dimensiuni.

În ceea ce privește omul, se spune că proporția divină este prezentă în mai multe aspecte ale corpului uman, cum ar fi dimensiunile feței și ale craniului, proporția dintre lungimea brațelor și a picioarelor, chiar și în dimensiunea corpului în ansamblu. Acest lucru sugerează că proporția divină nu este doar o măsură a frumuseții în artă, ci o măsură a frumuseții și a armoniei în natură.

În ceea ce privește dimensiunile feței la om, acestea pot fi măsurate și în raport cu secțiunea de aur. Mai exact, raportul dintre lungimea și lățimea feței, nasului, ochilor sunt considerate a fi proporții ideale ale feței umane indiferent de gen și vârstă. Aceste proporții ideale se bazează pe faptul că raportul dintre dimensiunile respective



**Fig. 9.** Raportul de aur pe chipul unui bărbat

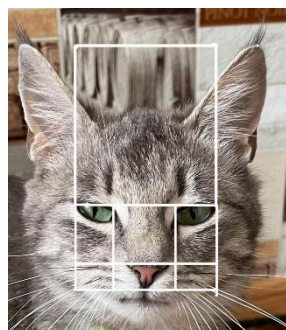


**Fig. 10.** Raportul de aur pe chipul unei femei

este de aproximativ 1,618, ceea ce sugerează o armonie și o simetrie perfectă în formele umane. Indiferent de genul uman, „proporțiile aurice” ale feței sunt considerate a fi un semn al frumuseții și al armoniei.

Secțiunea de aur poate fi observată nu doar la om, dar și la alți reprezentanți din lumea animală, printre care se numără și pisicile. În cazul acestora, secțiunea de aur poate fi observată în relația dintre dimensiunea urechilor, ochilor și a botului. Astfel, distanța dintre urechi și ochi este de aproximativ 1,618 ori mai mare decât distanța dintre ochi și botul pisicii. Această proporție conferă feței pisicilor un aspect estetic plăcut.

În ceea ce privește dimensiunile corpului uman, în majoritatea cazurilor, lungimea palmei în raport cu antebrațul poate fi măsurată în raport cu secțiunea

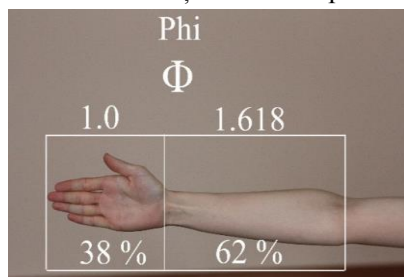


**Fig. 10.** Secțiunea de aur în anatomia pisicii

nea de aur. Raportul dintre lungimea palmei și antebrăzului ar trebui să se apropie cât mai mult de proporția divină, sugerând o armonie și o simetrie perfectă între dimensiuni. Deși acest raport poate varia de la o persoană la alta, în general, se consideră că palmele și antebrățele care se apropie cel mai mult de acest raport sunt considerate a fi cele mai frumoase și armonioase.

Studierea biologiei este deosebit de importantă pentru a înțelege lumea înconjurătoare, prin studiul biologiei, putem percepe modul în care organismele interacționează între ele, precum și procesele complexe care le permit să supraviețuiască și să evolueze.

Biologia ne poate ajuta, de asemenea, să identificăm și să tratăm diferite boli și probleme de mediu, cu toate acestea, trebuie să luăm în considerare, de asemenea, o mulțime de aspecte matematice, cum ar fi șirul Fibonacci și secțiunea de aur. Pentru a înțelege cu adevărat structura și funcționarea organismelor vii și a ecosistemelor în care acestea trăiesc, trebuie să ne bazăm pe o combinație de cunoștințe din biologie și matematică. Această abordare poate oferi perspective unice și valoroase asupra lumii naturale înconjurătoare.



**Fig. 11.** Secțiunea de aur în anatomia membrului superior

### **Bibliografie:**

1. ATANASSOV, K., ATANASSOVA, V., SHANNON, A., TURNER, J. *New visual perspectives on Fibonacci numbers*. 313 p. ISBN 981-238-114-7
2. RICHARD, A. *The Golden Ratio and Fibonacci Numbers*. Ed. Dalhousie University Canada, 1997. 162 p. ISBN 9810232640
3. SUDIPTA, Sinha. The Fibonacci Numbers and Its Amazing Applications. In: *International Journal of Engineering Science Invention*, September 2017, pp. 7-14, ISSN 2319 – 6726
4. ШЕВЕЛЕВ, И., АМАРУТАЕВ, М., ШМЕЛЕВ, И., *Золотое сечение*. Москва Стройиздат, 1990, 343 p. ISBN 5-274-00197-1
5. КОРБАЛАН, Фернандо. *Золотое сечение, Математический язык красоты*. Москва – 2013, 160 p. ISBN 978-5-9774-0682-6
6. TRIFAN, V., PORT, S. Secțiunea de aur în natură. [online] [citat 2.04.2023]. Disponibil: [http://dir.upsc.md:8080/xmlui/bitstream/handle/123456789/944/TRIFAN%2CV.%2C\\_PORT%2CS.\\_SECTIUNEA\\_DE\\_AUR\\_IN\\_NATURA.pdf?sequence=1&isAllowed=y](http://dir.upsc.md:8080/xmlui/bitstream/handle/123456789/944/TRIFAN%2CV.%2C_PORT%2CS._SECTIUNEA_DE_AUR_IN_NATURA.pdf?sequence=1&isAllowed=y)
7. JÓZSEF, É. Secțiunea de aur în biologie. [online] [citat 3.04.2023]. Disponibil: <http://ccdmares.ro/cmsmadesimple/uploads/file/rev8sp/igbr/igbr5.pdf>