CZU 512(072.32)

METODE ALGEBRICE DE REZOLVARE A PROBLEMELOR TEXTUALE ÎN CURSUL GIMNAZIAL DE MATEMATICĂ

Tatiana CIORNEA, *studentă,*
Facultatea de Științe Reale, Economice și ale Mediului,

Universitatea de Stat „Alecu Russo” din Bălți
Conducător științific: **Liubov ZASTÎNCEANU,** *dr., conf. univ.*

Abstract: *This article examines the algebraic methods of solving textual problems during the the gymnasium course of mathematics. Attention is given to textual problems that are solved by means of an equation, inequality, system of equations/inequalities or a function.*

Keywords: *algebraic method, equation / inequalities, system of equations / inequalities, function.*

În perioada actuală lecțiile de matematică au nevoie de o atenție deosebită. Este necesar ca școala și profesorul nu numai să dea cunoştinţe, să formeze abilități și deprinderi de competențe tuturor elevilor și, cel mai important, să-i învețe pe elevi să le gestioneze creativ. Prin urmare, capacitatea de a rezolva probleme este unul dintre principalii indicatori ai nivelului de dezvoltare matematică, profunzimii însușirii materialelor educaționale. Sarcina matematică ajută în mod invariabil elevul să-şi dezvolte conceptele matematice corecte, să clarifice mai profund diferite aspecte ale interconexiunilor din viața cotidiană, face posibilă aplicarea noțiunilor teoretice studiate.

Una din metodele de rezolvare a problemelor textuale care se studiază în cursul gimnazial de matematică este metoda algebrică.

Actualitatea acestui subiect este determinată de faptul că nu toți elevii din gimnaziu însușesc metoda algebrică de rezolvare a problemelor textuale, chiar și la nivel de bază. Motivele pentru acest lucru sunt foarte variate. Unele dintre ele sunt: frica față de sarcină, lipsa de idei generale existente în problemă, incapacitatea de a stabili ce este dat în problemă, ce trebuie de găsit, identificarea în text a necunoscutelor, interconexiunea relațiilor/ dimensiunilor considerate în sarcină etc.

În metodologia matematică sunt stabilite următoarele etape de rezolvare a problemelor textuale prin metoda algebrică: 1) analiza textului problemei; 2) găsirea unei soluții pentru rezolvarea problemei și elaborarea unui plan de soluție, rezumatul algebric al condițiilor problemei; 3) elaborarea și rezolvarea unei ecuații/ inecuații, sistemului de ecuații/inecuații; 4) analiza soluției și verificarea rezultatului; 5) scrierea răspunsului. [9]

În clasa a V-a se recomandă ca rezolvarea algebrică a problemelor să fie precedată de rezolvarea aritmetică. În acest fel elevii vor înțelege mai ușor relațiile de tip cantitativ între mărimile ce intră în componența problemei, ceea ce va facilita scrierea ecuației ce stă la baza rezolvări algebrice a problemei.

12. Rezolvați problemele prin metoda figurativă, apoi prin ecuații:

a) Într-o livadă cresc meri și peri, în total 49 de pomi. Meri sînt cu 5 mai mulți decît peri. Cîți meri sînt în livadă?

b) Pe imaș pasc oi și capre, în total 52 de capete. Oi sînt de 3 ori mai multe decît capre. Cîte capre sînt?

c) O cravată este de 3 ori mai ieftină decît o cămașă, iar cămașa este cu 160 lei mai scumpă decît cravata. Cît costă cravata?

d) O găină, o rață și o gîscă au în total 45 de pui. Rața are cu 5 pui mai mult decît gîsca, iar găina are de 2 ori mai mulți pui decît gîsca. Cîți pui are gîsca?

Figura 1. *Problema propusă de manual pentru rezolvarea problemei prin metoda algebrică ([2], pag. 47)*

c) O cravată este de 3 ori mai ieftină decât o cămașă, iar cămașa este cu 160 lei mai scumpă decât cravata. Cât costă cravată?

I etapă – analiza textului

1) Despre ce se vorbește în problema? *Despre cravată și cămașă*
2) Ce știm despre costul unei cravate? *Ea este mai ieftină decât o cămașă de 3 ori*
3) Ce concluzie putem să facem despre costul unei cămăşi? *Că cămașa este mai scumpă decât cravată de 3 ori*
4) Ce încă știm despre preţul unei cămăşi? *Cămașa este cu 160 lei mai scumpă decât cravată.*
5) Ce trebuie să aflăm? *Cât costă cravată*

a II-a etapă - alcătuirea planului

- Să notăm printr-o necunoscută, de exemplu *c lei,* preţul cravatei.
- Cum putem exprima preţul cămăşii, folosind această notaţie? $3c$.
- Dacă ştim, că cămaşa este cu 160 lei mai scumpă decât cravata, cum putem egala preţul cămăşii şi a cravatei? $3c-160=c$
- Cum putem scrie, folosind aceste notaţii, că cămaşa este cu 160 lei mai scumpă decât cravata? $3c-c=160$

a III-a etapă – rezolvarea problemei pe caiet. Elevii fixează notaţiile

Fie c - prețul cravatei și $3c$ - prețul cămășii

$3c-c=160$

$2c=160$

$c=80$ lei

a IV-a etapă – verificarea rezultatului

$80\cdot 3=240$

$240-80=160$

a V-a etapă – scrierea răspunsului

Răspuns: Cravata costă 80 lei.

Problema 11 ([3], pagina 110): Autobuzul se deplasează cu viteza de 50 km/h și parcurge distanța de la Chișinău până la Edineț cu 1,5 ore mai mult decât un automobil ce se deplasează cu viteza de 80 km/h. La ce ora va sosi autobuzul la Edineț, dacă el s-a pornit din Chișinău la ora 9^{00}?

I etapă – analiza textului

1) Despre ce se vorbește în problema? *Despre autobuzul Chișinău - Edineț*
2) Cu ce viteza se deplasează autobuzul? *Cu viteza de 50 km/h*
3) Cu ce viteza se deplasează automobil? *Cu viteza de 80 km/h*
4) Care este diferența în timp? *1,5 ore mai mult*
5) Când s-a pornit autobuzul? *La ora* 9^{00}
6) Ce trebuie să aflăm? *La ce ora va sosi autobuzul la Edineț*

a II-a etapă – alcătuirea planului

- Să exprimăm timpul în care automobilul ajunge la Edineț printr-o necunoscută, de exemplu *t*.
- Cum putem exprima viteza automobilului, folosind această notaţie, dacă viteza este o funcție care depinde de timp? *50t.* Dar a automobilului? *80t.*
- Cum să exprimăm faptul că autobuzul parcurge distanța de la Chişinău până la Edineț cu 1,5 ore mai mult decât un automobil? $50(t+1,5)$

a III-a etapă – rezolvarea problemei

Fie t – timpul în care automobilul ajunge la Edineț, atunci viteza automobilului – $80t$, dar viteza autobuzului – $50t$.

$50\cdot(t+1,5)=80t$

$50t+75=80t$

$30t=75$

$t=\frac{75}{30}=2,5$ ore

$2,5\text{ore}+1,5\text{ore}=4$ ore

Ora $9^{00}+4$ ore=ora 13^{00}

a IV-a etapă – verificarea rezultatului

$50\cdot(2,5+1,5)=80\cdot2,5$

$200=200$(A)

a V-a etapă – scrierea răspunsului

Răspuns: Autobuzul va ajunge la Edineț la ora 13^{00}

Prin rezolvarea problemelor respective elevul primește un context de aplicarea noţiunii algebrice de ecuaţie. Totodată, elevul citește condițiile problemelor care caracterizează o anumită situație de zi cu zi, traduce această situație într-o limbă matematică (formulează ecuații) și apoi rezolvă ecuațiile, fără să se mai gândească la situația dată. Lucrează cu un model matematic. În cele din urmă, el obține rezultatul în limba acestui model și îl traduce într-o limbă naturală (înțelegând și înregistrând răspunsul) - el obține o soluție pentru sarcină cotidiană.

În clasa a VIII-a se introduce pentru prima dată noțiunea de ecuație cu două necunoscute și sistem de ecuații cu două necunoscute. Se studiază metode de rezolvare a sistemelor de ecuații de gradul I cu două necunoscute: metoda substituției, metoda reducerii, metoda grafică. Este propusă în manual ca temă: rezolvarea unor probleme cu ajutorul sistemelor de ecuații de gradul I cu două necunoscute.

Problema 23 ([4], pagina 79): O firmă este formată din două filiale, al căror venit total în anul precedent a fost de 13 milioane lei. Pentru anul curent este preconizată majorarea venitului sucursalei I cu 25%, iar al sucursalei II – cu 40%. Venitul total al firmei trebuie să constituie 17 milioane lei. Aflați care a fost venitul fiecărei sucursale în anul precedent.

I etapă – analiza textului.

1) Despre ce se vorbește în problema? *O firmă care este formată din două filiale.*
2) Care a fost venitul filialelor în anul precedent?*13 milioane lei.*
3) Ce majorare este preconizată pentru anul curent*? Majorarea venitului sucursalei I cu 25%, iar al sucursalei II – cu 40%.*
4) Care trebuie să fie venitul în anul curent? *Venitul total al firmei trebuie să constituie 17 milioane lei.*
5) Ce trebuie să aflăm? *Care a fost venitul fiecărei sucursale în anul precedent*

a II-a etapă – alcătuirea planului

- Să notăm printr-o necunoscută, de exemplu s_1 *lei*, venitul sucursalei I și prin s_2 *lei* – venitul sucursalei II.
- Cum putem exprima venitul firmei pentru anul precedent, folosind aceste notații? $s_1 + s_2 = 13000000$.
- Dacă ştim, că pentru anul curent este preconizată majorarea venitului, cum să-l exprimăm folosind tot acele notații? $0{,}25s_1 + 0{,}4s_2$
- Dacă știm că se preconizează majorarea venitului până la 17 milioane lei, atunci cu câte milioane lei va crește venitul? *Cu 4 milioane lei*

a III-a etapă – rezolvarea problemei

Fie s_1 – venitul sucursalei I și s_2 – venitul sucursalei II, atunci se formează două ecuații cu două necunoscute:

$$\begin{cases} s_1 + s_2 = 13000000 \\ 0{,}25s_1 + 0{,}4s_2 = 4000000 \end{cases}$$

Se alege metoda de rezolvare.

Exemplu de rezolvare prin metoda substituției.

$$\begin{cases} s_2 = 13000000 - s_1 \\ 0{,}25s_1 + 0{,}4(13000000 - s_1) = 4000000 \end{cases} ==>$$

$$\begin{cases} s_2 = 13000000 - s_1 \\ 0{,}25s_1 + 5200000 - 0{,}4s_1 = 4000000 \end{cases} ==> \begin{cases} s_2 = 13000000 - s_1 \\ 0{,}15s_1 = 1200000 \end{cases}$$

$$==> \begin{cases} s_2 = 13000000 - 8000000 \\ s_1 = 8000000 \end{cases} ==> \begin{cases} s_2 = 5000000 \\ s_1 = 8000000 \end{cases}$$

a IV-a etapă – verificarea rezultatului

8000000+5000000=13000000

a V-a etapă – scrierea răspunsului

Răspuns: Venitul sucursalei I în anul precedent a fost 8000000 lei, iar venitul sucursalei II a fost 5000000 lei.

Rezolvând astfel de probleme elevul exersează deprinderi de rezolvarea sistemelor de ecuații prin diferite metode și se formează o subcompetență din curriculum național: *transpunerea unei probleme, situații-problemă în limbajul ecuaţiilor,* *inecuaţiilor şi/ sau al sistemelor, rezolvarea problemei obţinute şi interpretarea rezultatului.* [1]

După studierea detaliată a noțiunii de ecuație, sistem de două ecuații cu două necunoscute și metodelor de rezolvare se introduce noțiunea de sistem de inecuații de gradul I cu o necunoscută. Pentru rezolvarea sistemului de inecuații cu o necunoscută elevii trebuie să însușească proprietățile inegalităților numerice, intervale de numere reale și operațiile cu ele, metodele de rezolvare a inecuațiilor de gradul I și reductibile acesteia.

Problema 14 ([5], pagina 113): Un autobuz a făcut într-o zi 8 curse și a transportat mai mult de 187 de pasageri, astfel încât toate locurile au fost ocupate și numai într-o cursă doi pasageri au călătorit în picioare. În ziua următoare, același autobuz a făcut 15 curse și a transportat mai puțin de 367 de pasageri. În total, în această zi, numai trei locuri n-au fost ocupate. Aflați câte locuri are autobuzul.

I etapă – analiza textului

1) Despre ce se vorbește în problema? *Despre un autobuz*
2) Câte curse a făcut autobuzul într-o zi? *8 curse*
3) Câți pasageri el a transportat? *Mai mult de 187 de pasageri*
4) Ce încă știm despre pasageri transportați în această zi? *Toate locurile au fost ocupate și numai într-o cursă doi pasageri au călătorit în picioare.*
5) Câte curse a făcut autobuz în ziua următoare? *15 curse*
6) Câți pasageri el a transportat? *Mai puțin de 368 de pasageri*
7) Ce mai știm despre pasagerii transportați în această zi? *Numai trei locuri n-au fost ocupate.*

Ce trebuie să aflăm? *Câte locuri are autobuzul.*

a II-a etapă – alcătuirea planului

- Se începe rezolvarea cu alcătuirea schemei, în care indicăm toate datele din problemă.
- Schema:
  8 curse mai mult de 187 pasageri …………….. 2 pasageri în picioare
  15 curse mai puțin de 367 pasageri ……………….. 3 locuri neocupate
- Urmărind schema putem să compunem un sistem de inecuații unde vom nota prin necunoscuta *c* – numărul de cursuri efectuate de autobuz

a III-a etapă – rezolvarea problemei

Fie *c* – numărul de cursuri, atunci se scrie sistemul de inecuații și se rezolvă:

$$\begin{cases} 8c < 187 - 2 \\ 15c > 367 + 3 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} 8c < 185 \\ 15c > 370 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} c < \frac{185}{8} \\ c > \frac{370}{15} \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} c < 23{,}125 \\ c > 24,(6) \end{cases} \Longrightarrow 23{,}125 < c < 24,(6) \Longrightarrow c = 24$$

a IV-a etapă – verificarea rezultatului

(8·24)-2=190>187

(15·24)+3=363<367

a V-a etapă – scrierea răspunsului

Răspuns: Autobuzul are 24 de locuri

Pentru rezolvarea problemelor textuale prin funcție elevii trebuie să posede noțiunile de funcție, graficul funcției, forma generală a unei funcții de gradul II, proprietățile funcției de gradul II.

Problema 16 ([5], pagina 48):

16. Balustrada unui pod are forma unui arc de parabolă. Înălțimea balustradei este de 2 m, iar lungimea coardei care o subîntinde – de 24 m. Balustrada are 5 stîlpi verticali, fixați în punctele care împart coarda în părți de aceeași lungime. Aflați lungimile acestor stîlpi.

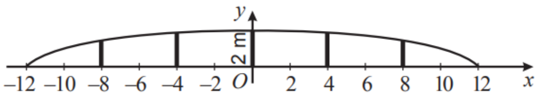

Figura 2. *Problema propusă de manual pentru rezolvarea problemei prin funcție ([5], pag. 48)*

I etapă – analiza textului

1) Despre ce se vorbește în problema? *Despre balustrada unui pod*
2) Ce forma are balustrada unui pod? Deci ce funcție definește? *Are forma unui arc de parabolă, deci definește funcția de gradul II.*
3) Ce lungime și înălțime are această balustradă? *Lungime de 24 m și înălțime de 2 m.*
4) Ce știm despre stâlpi pe care se ține balustrada? *Balustrada are 5 stâlpi verticali, fixați în punctele care împart coarda în părți de aceeași lungime.*
5) Ce trebuie să aflăm? *Lungimile stâlpilor.*

a II etapă – rezolvarea problemei

Balustrada este graficul funcției de gradul doi f(x)=ax²+bx+c

Considerăm un sistem de axe de coordonate în care axa Ox este lungimea coardei din enunț, iar axa Oy trece prin punctul cel mai înalt al balustradei, adică prin vârful parabolei.

Deci vârful parabolei este punctul V(0;2) și f(0)=2⇒c=2

Capetele balustradei sunt punctele unde parabola intersectează axa Ox, adică f(-12)=f(12)=0. De aici vom compune ecuația

144a-12b+2=144a+12b+2=0

144a-144a-12b-12b+2-2=0

-24b=0

b=0

Dacă b=0, atunci 144a+12·0+2=0 =>144a=-2=>a=$\frac{-1}{72}$. Deci f(x)=$-\frac{1}{72}x^2+2$

Înălțimile stâlpilor sunt:

f(-4)=f(4)=$-\frac{1}{72}\cdot 4^2+2=\frac{-16+144}{72}=\frac{128}{72}=\frac{16}{9}\approx$ 1,(7)m

f(-8)=f(8)=-$-\frac{1}{72}\cdot 8^2+2=\frac{-64+144}{72}=\frac{80}{72}=\frac{10}{9}\approx$ 1,(1)m

a III-a etapă – scrierea răspunsului

Răspuns: Un stâlp central de 2 metri, doi stâlpi de $\frac{16}{9}m$, și doi stâlpi de $\frac{10}{9}m$.

Rezolvarea problemelor textuale respective contribuie la dezvoltarea gândirii analitice, logice, vizuale și figurative, combinând teoria cu viața.

Concluzii. De la începutul până la sfârșitul școlarizării, problema matematică îi ajută în continuu pe elevi să dezvolte conceptele matematice corecte, să clarifice mai profund diferitele aspecte ale relațiilor din viața din jurul lui, face posibilă aplicarea principiilor teoretice studiate. Este necesar să se rezolve problemele textuale cât mai des posibil într-un mod algebric, deoarece, în cele din urmă, acest lucru va conduce la un alt nivel de dificultate al abordării elevilor la studiul matematicii, esența căreia duce la dezvoltarea algoritmului de rezolvare a problemelor prin această metodă, analizând minuțios fiecare etapă. Rezolvarea problemei prin metoda algebrică este aproape singura modalitate de a explica elevilor cu ce se ocupă în general matematica, explicând metoda de modelare matematică. Luând în considerare acești factori, elevii obțin rezultate mai bune în procesul de învățare.

Bibliografie:

1. *Curriculum-ul disciplinar la matematică pentru gimnaziu*, aprobat de Ministerul Educaţiei în anul 2010 [online] [citat 14.04.2019]. Disponibil: www.edu.gov.md
2. ACHIRI, I., BRAICOV A. et al. *Matematica. Manual pentru clasa a V-a*. Chișinău: Prut Internațional, 2015. 232 p. ISBN 978-9975-54-206-7
3. ACHIRI, I., BRAICOV, A. et al. *Matematica. Manual pentru clasa a VII-a*. Chișinău: Prut Internațional, 2017. 232 p. ISBN 978-9975-54-300-9
4. ACHIRI, I., BRAICOV, A. et al. *Matematica. Manual pentru clasa a VIII-a*. Chișinău: Prut Internațional, 2017. 220 p. ISBN 978-54-107-7
5. ACHIRI, I., BRAICOV, A. et al. *Matematica. Manual pentru clasa a IX-a*. Chișinău: Prut Internațional, 2017. 228 p. ISBN 978-9975-54-255-5
6. ACHIRI, I., BRAICOV, A. et al. *Matematica*: Ghidul profesorului clasa a VII-a. Chișinău: Prut Internațional, 2011. 72 p. ISBN 978-9975-54-004-9
7. POLYA, George. *Cum rezolvăm o problemă? Un nou aspect al metodei matematice. Descoperirea în matematică. Euristica rezolvării problemelor*. București: Editura Științifică, 1971. ISBN 978-9975-5634-0-3
8. IAVORSCHI, V. *Matematica. Culegere de exerciții și probleme pentru clasa a VI-a* Ch.: S.n., 2011, 272 p., ISBN 978-9975-4279-9-9
9. ПОПОВ, Н.И., МАРАСАНОВ, А.Н. *Задачи на составление уравнений:* Учебное пособие. Йошкар-Ола: Мар. гос. ун-т, 2003 г.